

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 18.11.24

1. Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Формулы сложения»

1. Синус суммы и разности

Определение: Синус суммы двух аргументов равен сумме произведений синуса первого аргумента на косинус второго и косинус первого аргумента на синус второго:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Определение: Синус разности двух аргументов равен разности произведений синуса первого аргумента на косинус второго и косинус первого аргумента на синус второго:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Пример 1 Вычислите

$$\text{а) } \sin(15^\circ) = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4};$$

$$\text{б) } \sin(75^\circ) = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4};$$

Пример 2 Найдите значение выражений

$$\text{а) } \sin 56^\circ \cos 34^\circ + \cos 56^\circ \sin 34^\circ = \sin(56^\circ + 34^\circ) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{б) } \sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} - \cos \frac{7\pi}{12} \sin \frac{\pi}{12} = \sin \left(\frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{12} \right) = \sin \frac{6\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

2. Косинус суммы и разности

Определение: Косинус суммы двух аргументов равен разности произведений косинуса первого аргумента на косинус второго и синуса первого аргумента на синус второго:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Определение: Косинус разности двух аргументов равен сумме произведений косинуса первого аргумента на косинус второго и синуса первого аргумента на синус второго:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Пример 1 Вычислите

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos(105^\circ) &= \cos(60^\circ + 45^\circ) = \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos(15^\circ) &= \cos(60^\circ - 45^\circ) = \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

3. Тангенс и котангенс суммы и разности

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + \beta) &= \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \\ \operatorname{tg}(\alpha - \beta) &= \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) &= \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} \\ \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) &= \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta + 1}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha} \end{aligned}$$

Пример 1 Вычислите

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{10} + \operatorname{tg}\frac{3\pi}{20}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{10} \cdot \operatorname{tg}\frac{3\pi}{20}} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{10} + \frac{3\pi}{20}\right) = \operatorname{tg}\frac{5\pi}{20} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 1$$

$$\text{б) } \frac{\operatorname{tg}\frac{7\pi}{16} - \operatorname{tg}\frac{3\pi}{16}}{1 + \operatorname{tg}\frac{7\pi}{16} \cdot \operatorname{tg}\frac{3\pi}{16}} = \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{16} - \frac{3\pi}{16}\right) = \operatorname{tg}\frac{4\pi}{16} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 1$$

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru